

N'oubliez pas que la présentation compte ainsi que toutes les explications nécessaires pour que je puisse évaluer sereinement la réalisation de vos exercices.

Exercice 1: (9 points)

- a) Trouver tous les nombres, compris entre 1950 et 2000, qui sont congrus à 3 modulo 17.
- b) Calculer $5^{18} \pmod{17}$
- c) Quel est le chiffre des unités de $123'123^7$
- d) Déterminer “de tête” l'inverse de 3 (mod 26).
- e) Un message a été crypté par la transformation affine : $C \equiv 3 \cdot P + 11 \pmod{26}$. Déterminer les clefs a' et b' permettant le décodage : $P \equiv a' \cdot C + b' \pmod{26}$.

Exercice 2: (3 points)

- a) Calculer le PGDC(1536,152).
- b) En déduire les 2 entiers u et v vérifiant

$$1536u + 152v = 8$$

Exercice 3: (6 points)

Résoudre $20 \cdot a \equiv 1 \pmod{317}$

Exercice 4: (4 points)

- a) Démontrer pour $k \in \mathbb{Z}^*$ la propriété suivante :

$$a \equiv b \pmod{m} \implies k \cdot a \equiv k \cdot b \pmod{m}$$

- b) La propriété réciproque :

$$k \cdot a \equiv k \cdot b \pmod{m} \implies a \equiv b \pmod{m}$$

est fautive en générale.

Donner un exemple numérique montrant qu'elle est effectivement fautive.